

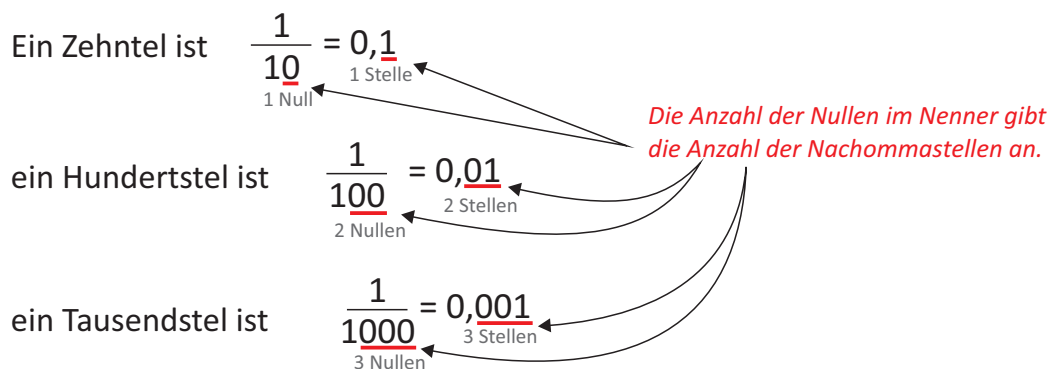
Dezimalbrüche und Dezimalzahlen

Mit dem Begriff Dezimalbruch bezeichnet man die Darstellung der Dezimalzahl mit Hilfe eines Bruches.

$$\frac{25}{100} = 0,25$$

$$\frac{374}{1000} = 0,374$$

Ein Dezimalbruch, auch Zehnerbruch genannt, in dessen Nenner 10, 100, 1000 oder eine andere Zehnerpotenz steht, lässt sich auch als Dezimalzahl (auch Kommazahl) schreiben. Bei solch einer Dezimalzahl gibt die erste Nachkommastelle die Zehntel, die zweite die Hundertstel, die dritte die Tausendstel usw. an.



Dezimalzahlen in der Stellenwerttabelle

Um Dezimalzahlen in die Stellenwerttabelle einzutragen, muss man die Stellenwerttabelle für natürliche Zahlen vom Komma nach rechts um Zehntel, Hundertstel, Tausendstel usw. erweitern, um auch die Nachkommastellen einzutragen zu können.

Dezimalzahl	Zehner (Z)	Einer (E)	Zehntel (z)	Hundertstel (h)	Tausendstel (t)	Bruch
0,2		0	2			$\frac{2}{10}$
5,467		5	4	6	7	$\frac{5467}{1000} = 5 \frac{467}{1000}$
23,34	2	3	3	4		$\frac{2334}{100} = 23 \frac{34}{100}$

Mit Hilfe der Stellenwerttabelle kann man Dezimalzahlen ganz leicht in Dezimalbrüche umwandeln. Die Anzahl der Nachkommastellen gibt die Anzahl der Nullen im Nenner.

Dezimalzahlen in der Summenschreibweise

$$5,467 = 5 + 0,4 + 0,06 + 0,007 = 5 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 6 \cdot \frac{1}{100} + 7 \cdot \frac{1}{1000} = 5 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000}$$

Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen

Man kann den Bruch durch Kürzen oder Erweitern auf eine Zehnerpotenz erzeugen, dann den Zähler hinschreiben und das Komma so setzen, dass die letzte Stelle die Stelle ist, auf die im Nenner erweitert/gekürzt wurde.

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0,15$$

$$\frac{8}{40} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$4 \frac{3}{5} = 4 \frac{6}{10} = 4,6$$

Nicht jeder Bruch lässt sich in einen Dezimalbruch erweitern oder kürzen. Um solche oder beliebige Brüche in Dezimalzahlen umzuwandeln, können wir einfach die schriftliche Division durchführen.

$$\frac{6}{8} = 6 : 8 = 0,75$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 56 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Wir ergänzen eine Null und setzen ein Komma in den Quotienten.

Wenn der verbleibende Rest bei der Division irgendwann 0 ist, dann ist das Ergebnis eine **endliche Dezimalzahl** (auch abbrechende Dezimalzahl) – eine Dezimalzahl mit einer endlichen Anzahl von Dezimalstellen.

$$\frac{5}{9} = 5 : 9 = 0,555$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 45 \\ \hline 50 \\ 45 \\ \hline 50 \end{array}$$

Wenn wir das Komma erst einmal gesetzt haben, können wir übrigens, wenn wir wieder einen Rest bekommen, jedes Mal eine Null hinzufügen und müssen dann nicht erneut ein Komma setzen.

Ist eine Division nur mit Rest ausführbar, entsteht dann eine **periodische Dezimalzahl** - eine unendlich lange Dezimalzahl, bei der sich eine bestimmte Zahlenfolge immer wiederholt. Die sich wiederholenden Ziffern einer periodischen Dezimalzahl nennt man ihre „Periode“. Die Periode wird nur einmal aufgeschrieben und darüber wird ein Periodenstrich gesetzt.

0,5555555 Wir schreiben: $0,5\bar{5}$ Gesprochen: „Null Komma Periode 5“
 0,4565656 Wir schreiben: $0,45\bar{6}$ Gesprochen: „Null Komma 4 Periode 56“

Um mit periodischen Dezimalzahlen rechnen zu können, ist es hilfreich, sie auf eine geeignete Nachkommastelle zu runden.

$$0,5\bar{5} \approx 0,6$$

Umwandeln von Dezimalzahlen in Brüchen

Die Umwandlung von einer endlichen Dezimalzahl in einen Dezimalbruch ist ganz einfach:

- In den Zähler schreibt man die ursprüngliche Dezimalzahl, aber ohne Komma.
- In den Nenner schreibt man eine 1 und hinter die 1 so viele Nullen, wie es Nachkommastellen in der Dezimalzahl gibt.
- Danach kann man den Bruch kürzen und/oder in die gemischte Zahl umwandeln.

$$0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

2 Stellen → 2 Nullen

$$3,456 = \frac{3456}{1000} = 3 \frac{456}{1000} = 3 \frac{57}{125}$$

3 Stellen → 3 Nullen

Periodische Dezimalzahlen in Brüche umwandeln

- Die Periode selbst wird in den Zähler geschrieben.
- In den Nenner werden so viele Neunen geschrieben, wie es Periodenstellen gibt (also wie viele Stellen unter dem Periodenstrich stehen).
- Danach kann man den Bruch kürzen.

in den Zähler wird die Periode 3 geschrieben

$$0,\bar{3} = \frac{3}{9}$$

eine Periodenstelle im Nenner steht eine 9

$$\Rightarrow \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$$

kürzen

in den Zähler wird die Periode 15 geschrieben

$$1,\bar{15} = 1 \frac{15}{99}$$

zwei Periodenstellen im Nenner stehen zwei 9

$$\Rightarrow 1 \frac{15:3}{99:3} = 1 \frac{5}{33}$$