

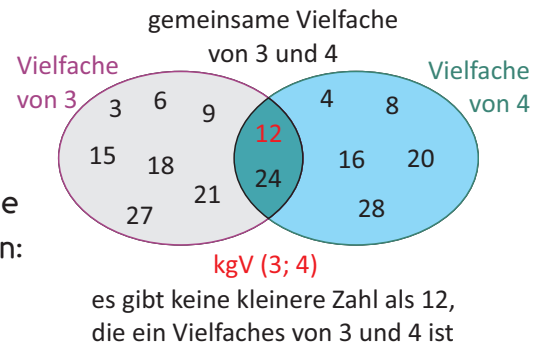


Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

Das kgV ist das **kleinste gemeinsame Vielfache** zweier ganzer Zahlen - also die kleinste natürliche Zahl, die ein Vielfaches sowohl der einen als auch der anderen Zahl ist.

Wie bestimmt man das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) zweier Zahlen? Dazu gibt es zwei Möglichkeiten:

- Bildung des kgV mittels Vielfachenmengen
- Bildung des kgV mittels Primfaktorzerlegung



Bildung des kgV mittels Vielfachenmengen

Wir suchen das kgV von 12 und 30.

$$V_{30} = \{30; 60; 90; 120; \dots\}$$

$$V_{12} = \{12; 24; 36; 48; 60; \dots\}$$

$$\text{kgV}(12; 30) = 60$$

1. Bestimme zunächst die Vielfachen der beiden Zahlen.

2. Vergleiche die Vielfachen der Zahlen und finde die kleinste gemeinsame Zahl. In beiden Mengen befinden sich unendlich viele Vielfache, aber es gibt nur eine Zahl, die das kleinste gemeinsame Vielfache ist.

Die kleinste Zahl, die in beiden Mengen auftaucht, ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen.

Bildung des kgV mit der Primfaktorzerlegung

Wir suchen das kgV von 12 und 30.

$$\text{Primfaktorzerlegung von } 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\text{Primfaktorzerlegung von } 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{kgV}(12; 30) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

1. Jede der Zahlen wird in ihre Primfaktoren zerlegt.

2. Dann multiplizieren wir alle gemeinsamen Faktoren und auch diejenigen, die nicht gemeinsam sind.

3. Das Ergebnis ist dann das kgV der beiden Zahlen.

Wir suchen das kgV von 24 und 42.

$$\text{Primfaktorzerlegung von } 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\text{Primfaktorzerlegung von } 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{kgV}(24; 42) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

Wenn eine Zahl durch eine zweite Zahl teilbar ist, dann ist die erste Zahl das kgV.

Beispiel: 14 ist durch 7 teilbar, also ist das kgV der beiden Zahlen = 14

Zahlen, die außer 1 keinen gemeinsamen Teiler haben, heißen teilerfremd.

Das kgV zweier teilerfremder Zahlen ist ihr Produkt.

Beispiel: 11 und 23 sind teilerfremd, also ist ihr kgV = $11 \cdot 23 = 253$